

Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер 18D6195

1. В вещественном n -мерном пространстве арифметических векторов с естественным скалярным произведением дано квадратичное уравнение $(Ax, x) + 2(b, x) + c = 0$. Докажите, что ранг основной матрицы A (матрицы квадратичной части) и ранг расширенной матрицы данного квадратичного уравнения сохраняются при переходе к другой аффинной системе координат.
2. Докажите, что если любые k столбцов матрицы A линейно независимы, то в любом нетривиальном решении однородной системы $Ax = 0$ число ненулевых координат вектора x больше k .
3. Докажите, что множество отображений комплексной плоскости $z \rightarrow a + bz$ для всевозможных $a, b \in \mathbb{C}$, $|b| = 1$, является группой относительно операции композиции отображений.
4. Пусть $\mathbb{C}_*$ обозначает мультипликативную группу поля комплексных чисел, а $\mathbb{F}$ — множество всех комплексных чисел, модуль которых равен единице. Докажите, что $\mathbb{F}$ является нормальной подгруппой группы $\mathbb{C}_*$, а фактор-группа $\mathbb{C}_*/\mathbb{F}$ изоморфна мультипликативной группе положительных вещественных чисел.